

APELLIDOS

NOMBRE

Nº Mat.

ASIGNATURA: REGULACIÓN AUTOMÁTICA

CURSO 3º

GRUPO

Julio 2018

Calificación

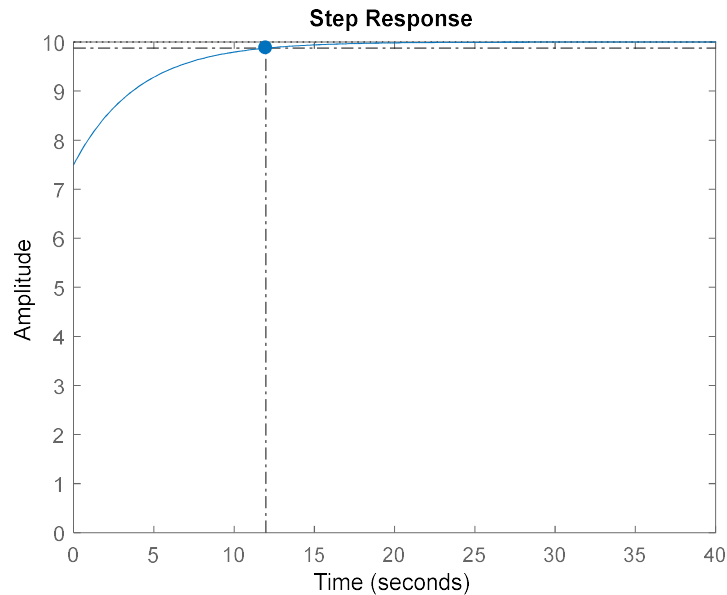
1. Cuestión (2 puntos, 30 minutos)

1. Obtener la expresión analítica de la señal de salida ante una excitación de escalón con una amplitud de 5 unidades y dibujar y caracterizar la señal de salida indicando los valores más significativos.

a) $G(s) = \frac{2(1+3s)}{(1+4s)}$

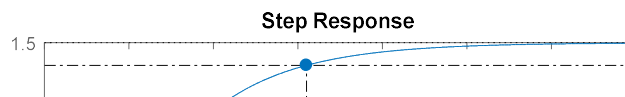
$$Y(s) = \frac{5 \cdot 2(1+3s)}{s(1+4s)} = \frac{10}{s} - \frac{2.5}{s+0.25}$$

$$y(t) = 10 - 2.5e^{-0.25t}$$



b) $G(s) = \frac{3}{(s+1)(s+10)}$

$$Y(s) = \frac{15}{s(s+1)(s+10)} = \frac{1.5}{s} - \frac{15/9}{s+1} + \frac{15/90}{s+10}$$



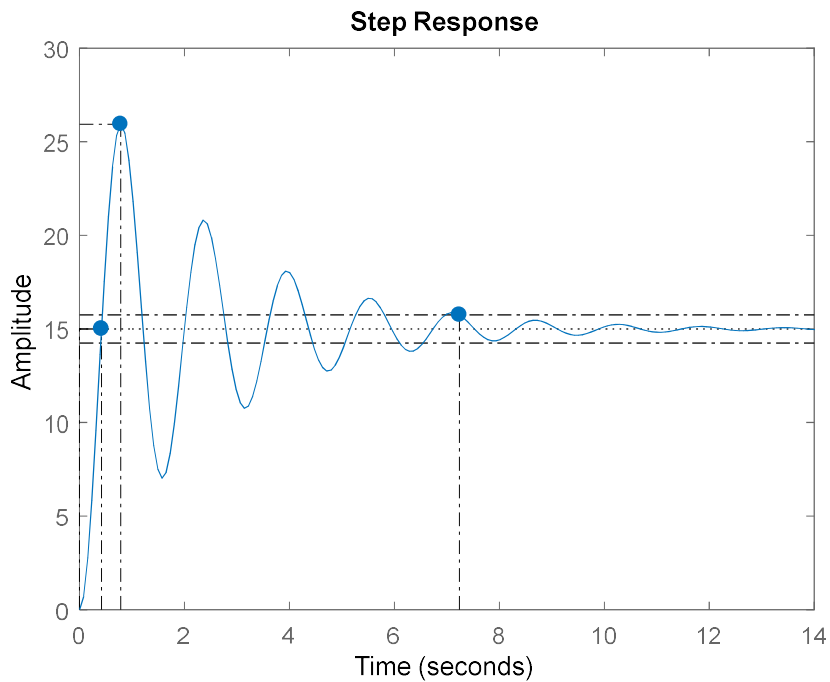
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

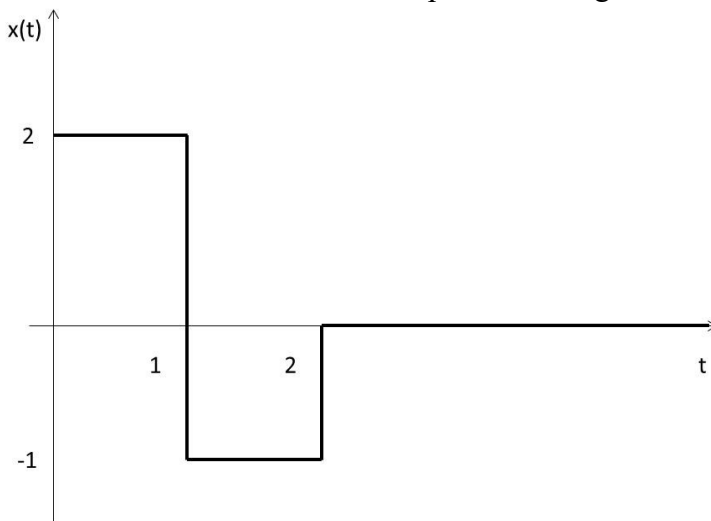
Cartagena99

- c) Un sistema de segundo orden con una frecuencia natural de 4[rad/s], un factor de amortiguamiento de 0.1 y una ganancia estática de 3.

$$y(t) = 15\left(1 - \frac{e^{-0.4t}}{\sqrt{1-0.01}} \operatorname{sen}(3.98t + 1.47)\right)$$



2. Calcular la transformada de Laplace de la siguiente señal:



$$x(s) = \frac{2}{s} - \frac{3e^{-s}}{s} + \frac{e^{-2s}}{s}$$

Cartagena99

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

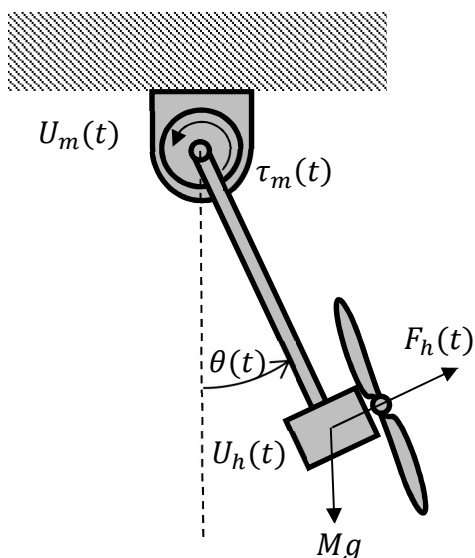
2. Cuestión (2 puntos, 30 minutos)

La siguiente figura representa una maqueta de laboratorio en la que se quiere controlar el ángulo con la vertical formado por una barra a cuyo final se ha incluido un motor con una hélice. La barra es de longitud $l = 1\text{ m}$ y masa despreciable y el conjunto motor+hélice tiene una masa $M = 1\text{ Kg}$. Tanto la gravedad como la fuerza de empuje de la hélice $F_h(t)$ se pueden considerar que se aplican sobre el centro de masas del conjunto, tal y como refleja el dibujo. La fuerza de la hélice se relaciona con la tensión aplicada al motor de la hélice $U_h(t)$ según la siguiente ecuación diferencial:

$$U_h(t) = 0.05(F_h(t))^2 + 3 \frac{dF_h(t)}{dt} + 0.1$$

Además dicha barra está acoplada a un motor controlado por inducido de inductancia equivalente $L=100\text{mH}$ y resistencia de bobinado $R=10\ \Omega$. Su constante de par es igual que su constante de tensión y queda determinado por el valor $K_m = 5$. Considerando como entradas la tensión aplicada al motor $U_m(t)$ y la tensión aplicada al motor de la hélice $U_h(t)$, y como salida el ángulo $\theta(t)$, se pide:

1. Obtener las ecuaciones algebro-diferenciales que modelan el sistema.
2. Linealizar el sistema para una situación estable en la que $U_m(0) = 0\text{ V}$ y $F_h(0) = 5\text{ N}$
3. Dibujar el diagrama de bloques del conjunto
4. Obtener las dos funciones de transferencia del sistema para dichas condiciones.
5. Obtener -mediante las funciones de transferencia calculadas- el ángulo final que se alcanza si en las condiciones anteriores se introduce un escalón de 10 V en el motor de la barra ($U_m = 10\text{ V}$)



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Cartagena99

1º) Ecuaciones del sistema

Ecuaciones del motor de la barra:

- A. $U_m(t) = Ri(t) + L \frac{di(t)}{dt} + V_{fem}(t)$
- B. $V_{fem}(t) = K_m \dot{\theta}(t)$
- C. $\tau_m(t) = K_m i(t)$

Ecuaciones Mecánicas:

D. $\tau_m(t) + lF_h(t) = Ml^2 \ddot{\theta}(t) + Mgl \sin \theta(t)$

Ecuación de la hélice + motor:

E. $U_h(t) = 0.05F_h(t)^2 + 3F_h(t) + 0.1$

2º) Linealización

En primer lugar se obtiene el punto de equilibrio. Del enunciado y la condición de situación estable, se deduce que partimos de un equilibrio de fuerzas en los que la barra permanece inmóvil. Por tanto:

$$\ddot{\theta}(t) = \dot{\theta}(t) = \frac{di(t)}{dt} = F_h(t) = 0 \text{ y } U_m(0) = 0 \text{ } F_h(0) = 5$$

Sustituyendo en las ecuaciones anteriores, se obtiene el punto de equilibrio:

$$U_h(0) = 0.05 \cdot 5^2 + 0.1 = 1.35V$$

$$i(0) = 0$$

$$\tau_m(0) = 0$$

$$\theta(0) = \frac{\pi}{6}$$

Obtenido el punto de equilibrio se procede a linealizar las ecuaciones

- A. $\Delta U_m(t) = R\Delta i(t) + L \frac{d\Delta i(t)}{dt} + \Delta V_{fem}(t)$
- B. $\Delta V_{fem}(t) = K_m \Delta \dot{\theta}(t)$
- C. $\Delta \tau_m(t) = K_m \Delta i(t)$
- D. $\Delta \tau_m(t) + l\Delta F_h(t) = Ml^2 \Delta \ddot{\theta}(t) + Mgl \cos(\frac{\pi}{6}) \Delta \theta(t)$
- E. $\Delta U_h(t) = 0.1F_h(0)\Delta F_h(t) + 3\Delta F_h(t)$

y obtener su transformada:

- A. $U_m(s) = (R + Ls)I(s) + V_{fem}(s)$
- B. $V_{fem}(s) = K_m s\theta(s)$
- C. $\tau_m(s) = K_m I(s)$
- D. $\tau_m(s) + lF_h(s) = (Ml^2 s^2 + Mgl \frac{\sqrt{3}}{2})\theta(s)$
- E. $U_h(s) = (3s + 0.5)F_h(s)$

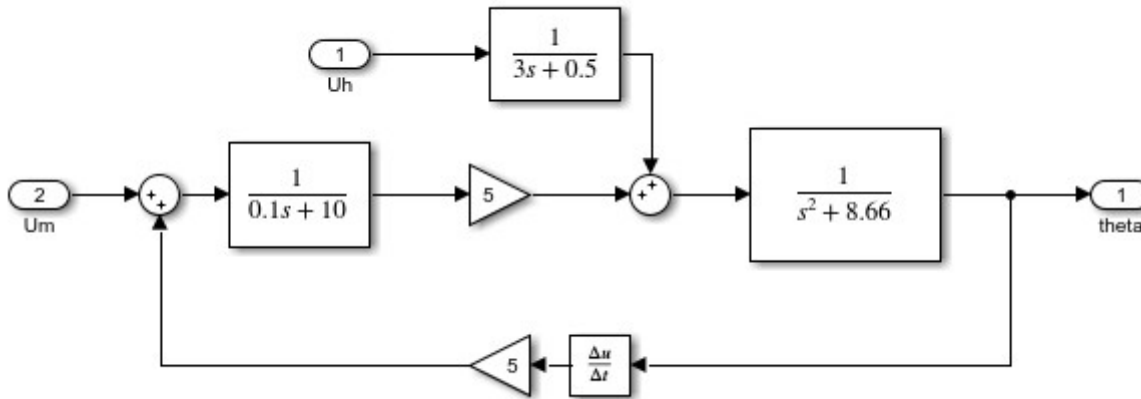
3º) Diagrama de bloques

Del conjunto de ecuaciones el diagrama de bloques es bastante inmediato, teniendo en cuenta que tenemos dos entradas $U_m(s)$ y $U_h(s)$, y una sola salida $\theta(s)$:

The logo for 'Cartagena99' features the text 'Cartagena99' in a stylized, blue, serif font. The '99' is significantly larger and more prominent than the 'Cartagena' part. The text is set against a background of a light blue sky with white clouds and a yellow sun or light source at the bottom.

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70



4º) Funciones de transferencia

Directamente:

$$\frac{\theta(s)}{U_m(s)} = \frac{K_m}{(Ls + R) \left(Ml^2s^2 + Mgl\frac{\sqrt{3}}{2} \right) + K_m^2s}$$

$$\frac{\theta(s)}{U_h(s)} = \frac{l(Ls + R)}{(3s + 0.5) \left[(Ls + R) \left(Ml^2s^2 + Mgl\frac{\sqrt{3}}{2} \right) + K_m^2s \right]}$$

5º) Angulo final cuando Um=10V

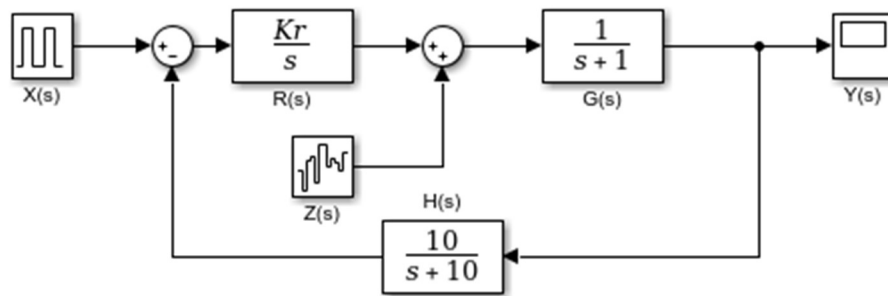
Aplicando el teorema del valor final, por medio de la función de transferencia y superposición se obtiene el valor de incremento. Como no hay variación en la hélice, al final bastará con agregar sobre el punto de equilibrio el incremento debido a la tensión aplicada en el motor de la barra:

$$\Delta\theta = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot \frac{10}{s} \frac{K_m}{(Ls + R) \left(Ml^2s^2 + Mgl\frac{\sqrt{3}}{2} \right) + K_m^2s} = 0.57rad$$

$$\theta_f = \frac{\pi}{6} + 0.57 = 1.1 rad = 63^\circ$$

1. Problema (3 puntos - 45 minutos)

Dado el diagrama a bloques del sistema de control en la figura adjunta, se pide:



- 1.- Determinar los valores de K_r para que el sistema sea estable. (0.6 puntos)
- 2.- Determinar los errores del régimen permanente en la salida al manipular la entrada si $K_r = 1$ (0.6 puntos)
- 3.- Calcular la salida del régimen permanente si se produce un cambio brusco en la perturbación. (0.6 puntos)
- 4.- Determinar los márgenes de estabilidad del sistema sabiendo que $\omega_g = 0.8$ rad/s y $\omega_f = 3$ rad/s para $K_r = 1$ (0.6 puntos)
- 5.- Variar el valor de K_r para que el margen de ganancia sea de 40 dB (0.6 puntos)

1. Tanto el polinomio del denominador de la FDT de la cadena cerrada entre la salida y la entrada como el de la salida y la perturbación son idénticos, luego aplicando el criterio de Routh sobre $D(s) = s^3 + 11s^2 + 10s + 10K_r$ queda $0 < K_r < 11$

2.
$$e_{rp} = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{X(s)}{k_h} (1 - k_h M(s))$$

Aplicando la expresión para las tres señales de test queda los siguientes errores:

$$e_p = 0, e_v = 0.9, e_a = \infty$$

3.
$$y(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{1}{s} \frac{s(s+10)}{s^2 + 11s^2 + 10s + 10k_r} = 0$$

4. $\gamma = 46.8^\circ$ $k_g = 9.9$

5. La frecuencia de cruce de fase no se modifica al variar positivamente el valor de K_r . Ahora el valor de K_g es de 100. Luego el valor de k_r será:

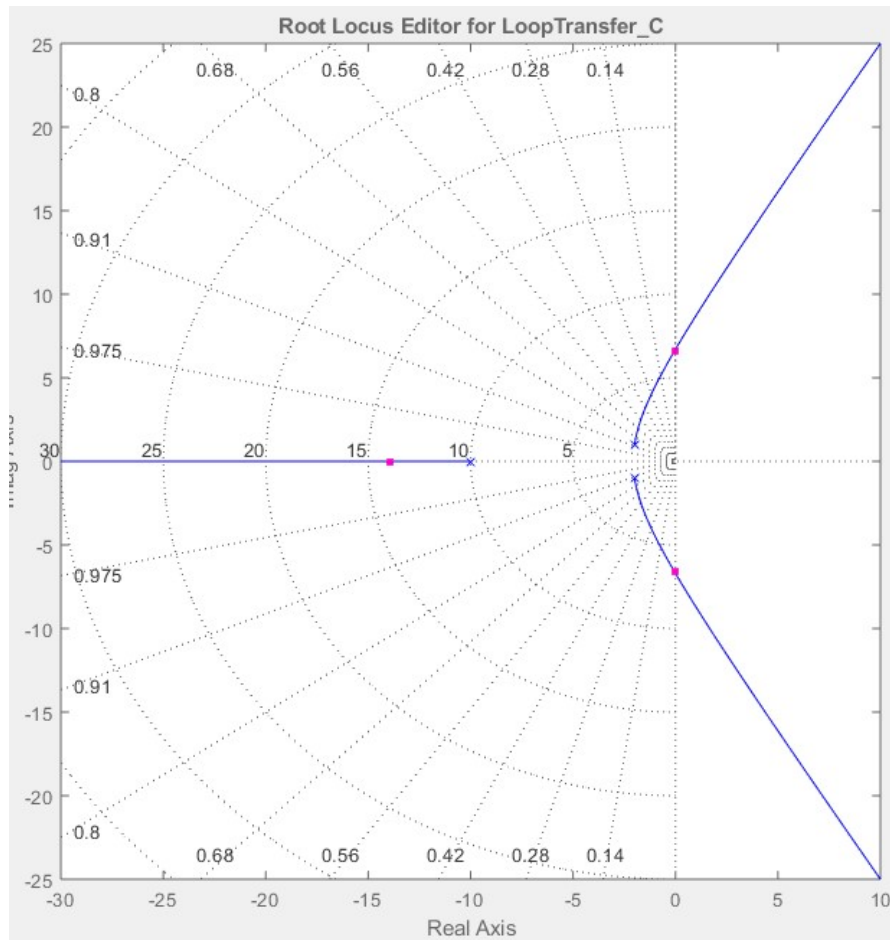
$$K_r = \frac{9.9}{100} = 0.01$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Cartagena99

- **Centroide:** $\sigma = \frac{-14}{3}$
 - **Puntos de dispersión y confluencia:** $\frac{\partial K}{\partial s} = -\frac{3s^2+28s+45}{100} = 0$ por lo que $s=-7.27$ y $s=-2.06$ que se ve que no pertenecen al eje real del LDR directo
 - **Corte con el eje imaginario:** Routh, indica que para $K=58$ se produce una fila de ceros. La ecuación auxiliar obtenida tras aplicar Routh a $M(s) = \frac{10K}{s^3+4s^2+5s+50+10K}$, es $P(s) = 14s^2 + 630 = 0$, por lo que el corte se produce en $\pm\sqrt{45}j = \pm 6.7j$
 - **Angulo de salida de polos imaginarios:** $\alpha = 180 - 90 - \text{atan}\left(\frac{1}{8}\right) = 82.87$
- Por tanto el LDR es:



El sistema será estable hasta que K no supere el valor 58. Inicialmente se acelerará pero mantendrá el mismo tiempo de establecimiento, hasta que las oscilaciones provocarán que el sistema tarde en alcanzar el regimen permanente cada vez más tarde. El sistema se volvera inestable con oscilaciones de una frecuencia aproximada de 1 Hz (*viene de* $\frac{6.7}{2\pi}$). Según se incrementa K y mientras el sistema sea estable, el sistema se va haciendo cada vez más preciso

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

APELLIDOS

NOMBRE

Nº Mat.

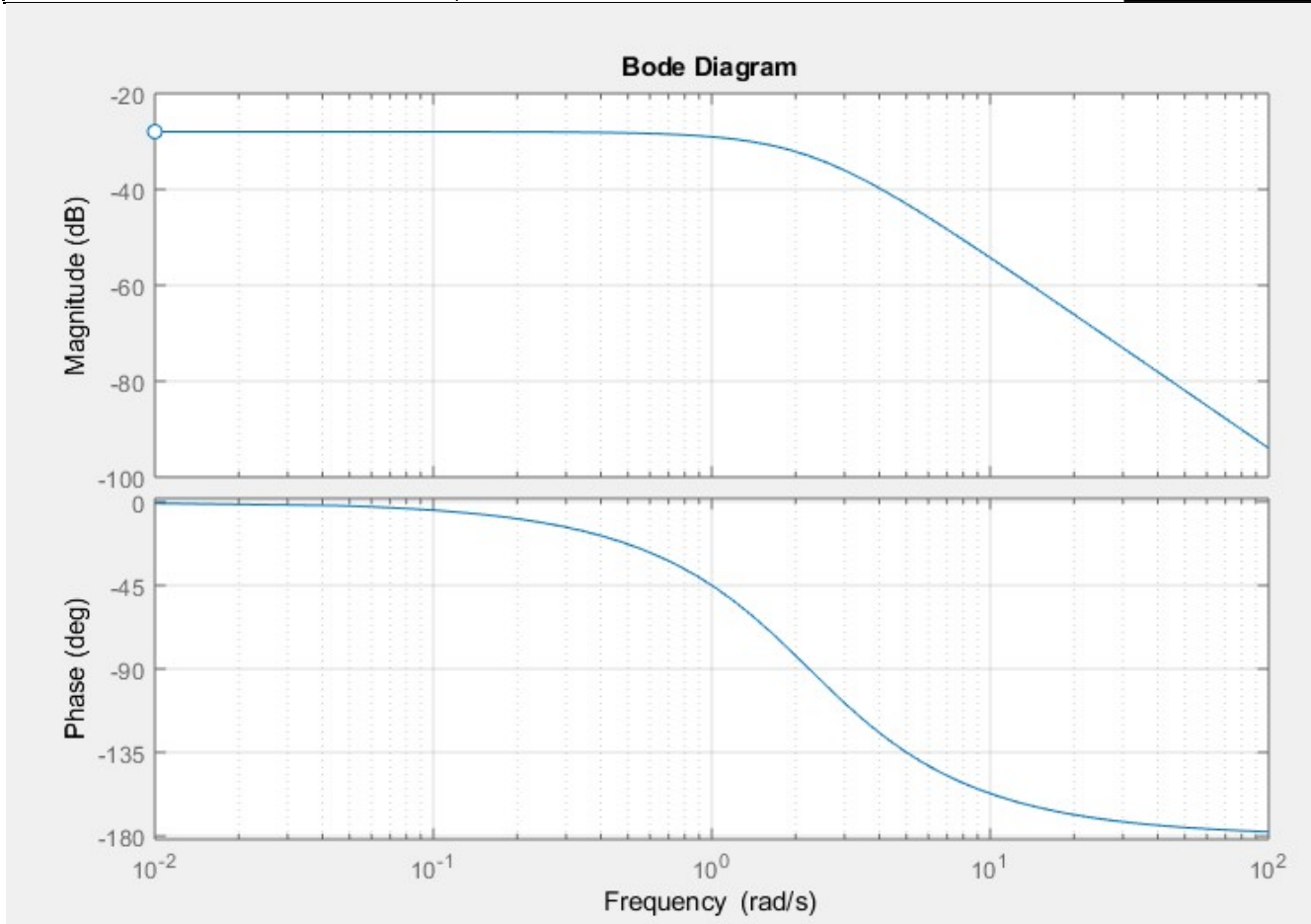
Calificación

ASIGNATURA: REGULACIÓN AUTOMÁTICA

CURSO 3º

GRUPO

Julio 2018

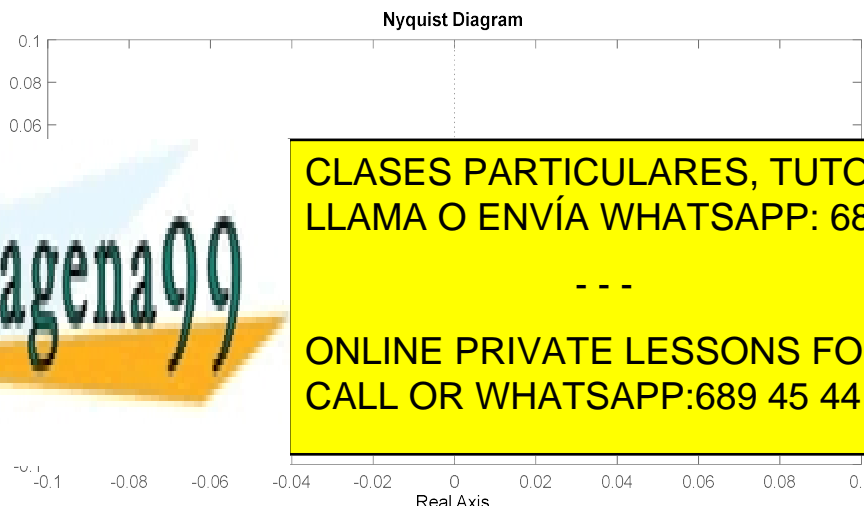


El sistema no llega a ser resonante dado que ξ es mayor que 0.707 :

$$s^2 + 4s + 5 \Rightarrow \omega_n = \sqrt{5} = 2.23 \frac{\text{rad}}{\text{s}} ; \xi = \frac{4}{2\omega_n} = 0.89$$

Además, no existe una frecuencia de cruce de fase (solo se alcanzan los 180 de modo asintótico) ni se amplifica en ningún momento por lo que tampoco hay frecuencia de cruce de ganancia. Como consecuencia, el margen de ganancia es infinito, y tampoco hay margen de fase.

El diagrama polar queda contenido en su totalidad dentro de la circunferencia goniométrica. La frecuencia a la que tendería a oscilar el sistema sería la frecuencia natural... pero no oscila.



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Cartagena99